# **Упражнения:** *ДИНАМИЧНО ОПТИМИРАНЕ*

## **Зад. 1** *Алея*

*Алея в градската градина на град X има дължина L и трябва да бъде павирана с правоъгълни плочи. Всяка плоча има ширина, колкото алеята, но дължините на плочите са различни. Плочите са N вида и видовете са номерирани от 1 до N. Разполагаме с достатъчно плочи от всеки вид. Определете по колко различни начина може да се павира алеята, като се използват съществуващите видове плочи.*

*На първия ред на стандартния вход се въвеждат две положителни цели числа, разделени с интервал - L, дължината на алеята и N - броят на видовете плочи. На втория ред се въвеждат N на брой положителни цели числа, разделени с интервал, d1 d2 ... dn, където di е равно на дължината на плочата от вид i, i = 1, ..., N.*

*Програмата да извежда едно положително цяло число, равно на броя начини, по които алеята може да павира.*

### **Пример**

*Ограничения*

* *0<L<=700*
* *0<N<=250*
* *0<di<1000, за всяко i=1...N.*
* *di ≠ dj, за всяко i=1...N.*

*Резултатът може да има най-много 300 цифри.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Вход** | **Изход** |
| 5 32 1 3 | 13 |

### **Подсказки**

### *Пребройте различните подреждания на плочите според това каква плоча завършва на L-тия метър, ако позволява дължината й. Ако плочата с пореден номер i, завършва на L-тия метър, то броя на различните начини за това е броят на различните подреждания на плочите до L - дължината на i-тата плоча. И така общия брой е сумата от различните подреждания за всеки вид плоча. Използвайте един масив, в който да пазите дължините на различните плочи – p[], и един масив, в който да пазите броя на подрежданията – b[].*

## **Зад. 2** *Триъгълник от числа*

*Нека е даден следния триъгълник от числа:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | *7* |  |  |  |  |
|  |  |  | *3* |  | *8* |  |  |  |
|  |  | *8* |  | *1* |  | *0* |  |  |
|  | *2* |  | *7* |  | *4* |  | *4* |  |
| *4* |  | *5* |  | *2* |  | *6* |  | *5* |

*Напишете програма, която пресмята най-голямата възможна сума от числа, разположени на някои от пътищата, започващи от най-горната точка на триъгълника и завършващи в точка от основата на триъгълника. Изисква се пътищата да са такива, че при всяка от стъпките движението да се осъществява надолу — в посока по диагонала наляво или по диагонала надясно.*

### **Пример**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вход** | **Изход** |
|  *0 7 0 0 0 0**0 3 8 0 0 0**0 8 1 0 0 0**0 2 7 4 4 0**0 4 5 2 6 5* | 30 |

### **Подсказки**

### *За да решим задачата в общия случай, нека да запишем данните в двумерен масив D[i][j] с размери Nx(N + 1), i = 0,1,...,N-1, j = 0,1,... ,N. По технически причини, за по-лесно боравене с индексите в програмата, този масив го дефинираме с един стълб в повече, като допълнителният нулев стълб остава зареден с нули. При конкретно зададените числа масивът представя следната таблица от 5 реда и 6 стълба (N = 5):*

###  *0 7 0 0 0 0*

### *0 3 8 0 0 0*

### *0 8 1 0 0 0*

### *0 2 7 4 4 0*

### *0 4 5 2 6 5*

*За всеки елемент D[i] [j], включен в дадената триъгълна кон­фигурация от числа, да пресметнем най-голямата стойност R[i][j] , която може да се постигне, като се движим според правилата, тръг­вайки от върха. Стойностите пресмятаме последователно по редове. Очевидно имаме:*

*R[0][1] = D[0][1];*

*R[i][j] = max{D[i][j] + R[i - 1][j - 1], D[i][j] + R[i - 1][j]}*

*за всички i = 1,..., N-1 и j = 1,..., i+1. Остава да намерим най-голямата стойност в последния ред на масива R.*

*Спомагателният масив P[i][j] служи за възстановяване на самия път, по който се достига най-голямата сума от търсения вид.*

## **Зад. 3** *Управление на врата*

*В един ресторант се срещат N бандити. Бандитът с номер i, i = 1,2,..., N идва в момента от време Тi и носи Pi долара. Входната врата на ресторанта има К състояния, разли­чаващи се по степента на отвореност. Състоянието на вратата може да се променя с една единица за всяка една единица време, т.е. степента на отваряне на вратата или се увеличава с едини­ци, или се намалява с единица, или остава в същото състояние. В началния момент от време вратата е затворена (състояние 0). Бандитът с номер i може да влезе в ресторанта само ако врата­та с отворена специално за него, т. е. когато степента на отвореност на вратата съвпада със степента Si на пълнота на бандита. При едновременно идване на няколко бандити с еднаква пълнота, съвпадаща със степента на отвореност на вратата, влизат всичките бандити с тази пълнота. Ако в момента на идване на един бандит състоянието на вратата не съвпада със степента на пълнота на бандита, той си отива и повече не се връща. Ресторантът работи в течение на време Т. Напишете прог­рама, която да покаже по какъв начин вратата да се отваря или затваря във всяка стъпка от времето, така че в ресторанта да се съберат бандити с максимално количество долари.*

*Входни данни за задачата са:*

* *целите числа N, К и Т (примерни ограничения: 1 <= N <= 100, 1 < =К <= 100, 0 < =Т<= 3000);*
* *моментите от време на пристигане на бандитите Т1, Т2, ... , ТN, зададени като цели числа от интервала [1,Т].*
* *количеството долари, които носи всеки бандит: P1, Р2, ... ,РN, зададени като цели числа (например между 0 и 300).*
* *степента на пълнота на всеки от бандитите: S1, S2, ... ,SN, които са цели числа такива, че 1 < Si < K за всяко i =1,2,..., N.*

### **Пример**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вход** | **Изход** |
| N=3 K=5 T=5T1=3 T2=4 T3=1P1=5 P2=10 P3=1S1=1 S2=4 S3=1 | 11 |

### **Подсказки**

### *Състоянието на отвореност на вратата изобразяваме като триъгълна решетка. На изображението по-долу са представени входните данни за задачата. Всеки връх определя степента q на отвореност в момента време t. Моментите от време са отбелязани като числа отдясно на решетката. При някои от върховете в правоъгълна рамка е дадено количеството долари които има този бандит (с пълнота q), който идва в момента време t. За всеки връх това количество долари ще наричаме тегло на върха. За върховете, които нямат съпоставено количество долари, приемаме, че теглото им е нула. За да решим задачата, трябва да намерим път по решетката, започващ от най-горния връх и минаващ през върхове така, че сумата от теглата на върховете по пътя да е максимална. За дадения при­мер, тази максимална стойност лесно може да бъде намерена и тя е равна на 11.*

**

*За програмната реализация ще отбележим, че не е необходимо да се пазят оценките за всеки връх. За да ги намерим в момента t, е необходимо да ползваме само стойностите им в предишния момент t-1. Това се осъществява в програмата чрез двата едномерни масива S\_old и S\_new. В основния цикъл променливата i пробягва моментите от време. В тялото на този цикъл първоначално елементите на масива S\_new се зареждат с по-голямата от двете „горни“ стойности. След това програмата преглежда времената на пристигане на бандитите. Ако намери бандит, който пристига в текущия момент (T[j]==i) и установи, че съществува степен на отвореност на вратата, съответстваща на пълнотата на бадита (S\_new[S[j]] != MINVALUE), програмата коригира стойността нп S\_new.*